

Contents

1 复数.....	2
1.1 复数的相等.....	2
1.2 复数的模（或绝对值）.....	2
1.3 复数的四则运算法则.....	2
1.4 复数的乘法的运算律.....	2
1.5 复平面上的两点间的距离公式.....	2
1.6 向量的垂直.....	2
1.7 实系数一元二次方程的解.....	2

1 复数

1.1 复数的相等

$$a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c, b = d. \quad (a, b, c, d \in \mathbb{R})$$

1.2 复数的模（或绝对值）

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

1.3 复数的四则运算法则

$$(1) (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i;$$

$$(2) (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i;$$

$$(3) (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (bc + ad)i;$$

$$(4) (a + bi) \div (c + di) = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} i \quad (c + di \neq 0).$$

1.4 复数的乘法的运算律

对于任何 $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$, 有

$$\text{交换律: } z_1 \cdot z_2 = z_2 \cdot z_1.$$

$$\text{结合律: } (z_1 \cdot z_2) \cdot z_3 = z_1 \cdot (z_2 \cdot z_3).$$

$$\text{分配律: } z_1 \cdot (z_2 + z_3) = z_1 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_3.$$

1.5 复平面上的两点间的距离公式

$$d = |z_1 - z_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (z_1 = x_1 + y_1i, z_2 = x_2 + y_2i).$$

1.6 向量的垂直

非零复数 $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ 对应的向量分别是 $\overrightarrow{OZ_1}$, $\overrightarrow{OZ_2}$, 则

$$\overrightarrow{OZ_1} \perp \overrightarrow{OZ_2} \Leftrightarrow \overline{z_1} \cdot z_2 \text{ 的实部为零} \Leftrightarrow \frac{z_2}{z_1} \text{ 为纯虚数} \Leftrightarrow |z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2$$

$$\Leftrightarrow |z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 \Leftrightarrow |z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow ac + bd = 0 \Leftrightarrow z_1 = \lambda iz_2 \quad (\lambda \text{ 为非零实数}).$$

1.7 实系数一元二次方程的解

实系数一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$,

$$\textcircled{1} \text{ 若 } \Delta = b^2 - 4ac > 0, \text{ 则 } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

②若 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 则 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$;

③若 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, 它在实数集 R 内没有实数根; 在复数集 C 内有且仅有两个共轭复数根
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{-(b^2 - 4ac)}i}{2a} \quad (b^2 - 4ac < 0).$$