目录：

1.1 常用不等式：

（1）$a,b\in R\Rightarrow a^2+b^2\ge 2ab$（当且仅当 a=b 时取“=”号）.

（2）$a,b\in R^+\Rightarrow \frac{a+b}{2}\ge\sqrt{ab}$（当且仅当 a=b 时取“=”号）.

（3）$a^3+b^3+c^3\ge 3abc(a>0,b>0,c>0).$

（4）柯西不等式

$(a^2+b^2)(c^2+d^2)\ge(ac+bd)^2,a,b,c,d\in R.$

（5）$|a|-|b|\le|a+b|\le|a|+|b|$.

1.2 极值定理

已知 x,y 都是正数，则有

（1）若积 xy 是定值 p，则当 $x=y$ 时和 $x+y$ 有最小值 $2\sqrt{p}$；

（2）若和 $x+y$ 是定值 s，则当 $x=y$ 时积 xy 有最大值 $\frac{1}{4}s^2$.

推广 已知 $x,y\in R$，则有 $(x+y)^2=(x-y)^2+2xy$

（1）若积 xy 是定值，则当 $|x-y|$ 最大时，$|x+y|$ 最大；

当 $|x-y|$ 最小时，$|x+y|$ 最小.

（2）若和 $|x+y|$ 是定值，则当 $|x-y|$ 最大时，$|xy|$ 最小；

当 $|x-y|$ 最小时，$|xy|$ 最大.

73.一元二次不等式

一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(或<0)$ $(a\ne 0,\Delta=b^2-4ac>0)$，如果 a 与 ax^2+bx+c 同号，则其解集在两根之外；如果 a 与 ax^2+bx+c 异号，则其解集在两根之间. 简言之：同号两根之外，异号两根之间.

$x_1<x<x_2\Leftrightarrow(x-x_1)(x-x_2)<0(x_1<x_2)$；

$x<x_1,或x>x_2\Leftrightarrow(x-x_1)(x-x_2)>0(x_1<x_2)$.

1.3 含有绝对值的不等式

当 a＞ 0 时，有

$|x|<a\Leftrightarrow x^2<a^2\Leftrightarrow -a<x<a$.

$|x|>a\Leftrightarrow x^2>a^2\Leftrightarrow x>a$ 或 $x<-a$.

1.4 无理不等式

（1）$\sqrt{f(x)}>\sqrt{g(x)}\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\ge 0\\ g(x)\ge 0\\ f(x)>g(x)\end{cases}$.

（2）$\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) > [g(x)]^2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$.

（3）$\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < [g(x)]^2 \end{cases}$.

1.5 指数不等式与对数不等式

(1) 当 $a > 1$ 时，

$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$；

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$.

(2) 当 $0 < a < 1$ 时，

$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$；

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$